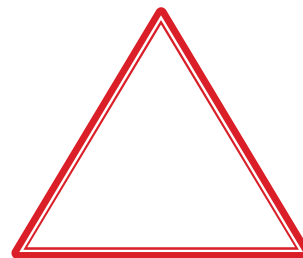
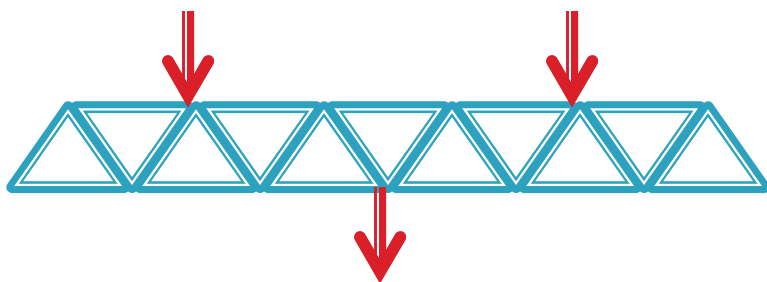


خرپاها

خرپا نوعی سیستم سازه ای است که اعضای آن با اتصالات لولایی به هم متصل شوند. در خرپاها بارهای خارجی باید از طریق گره ها به سازه اعمال شوند



کوچکترین واحد صلب خرپا

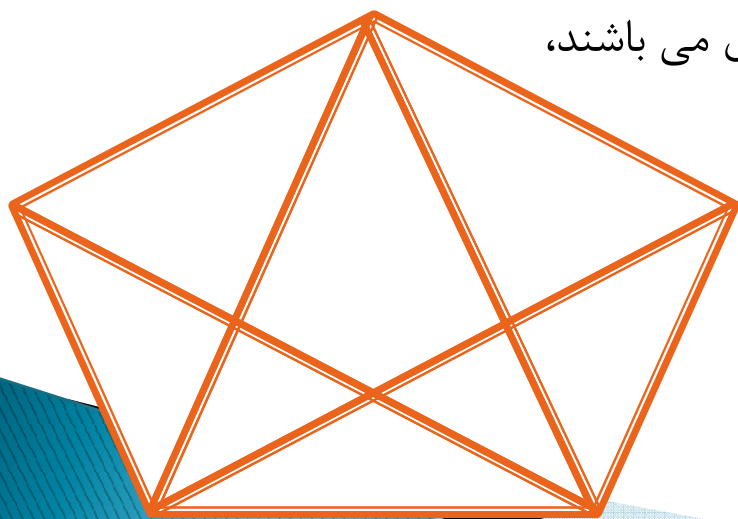
انواع خرپا:

خرپاهای ساده: این خرپاها دارای یک هسته مثلثی مرکزی می باشند،

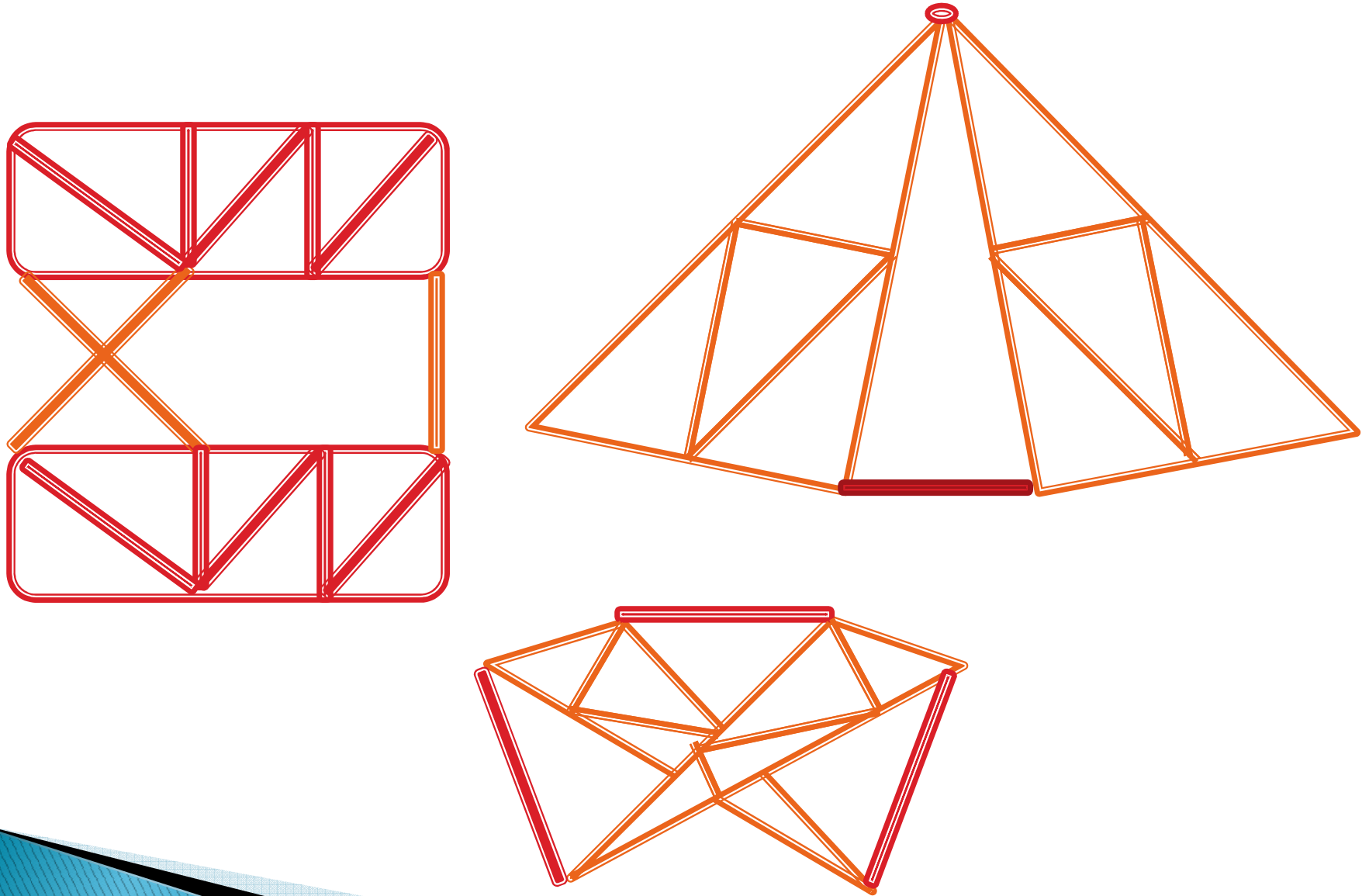
که سایر گره های خرپا به آن هسته مرکزی متصل هستند.

نکته: خرپای ساده از نظر داخلی پایدار می باشند. (به عبارت

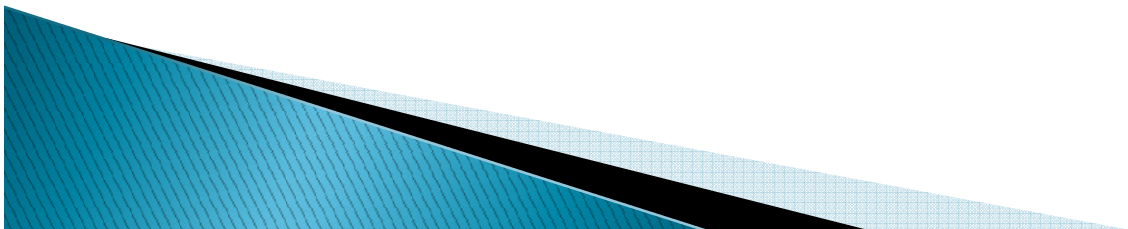
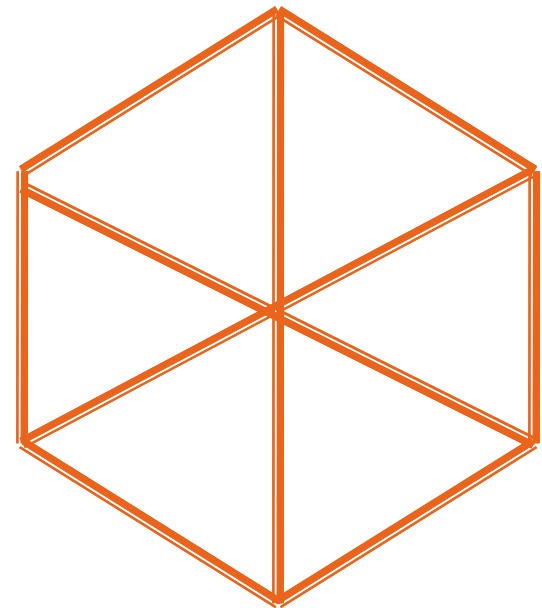
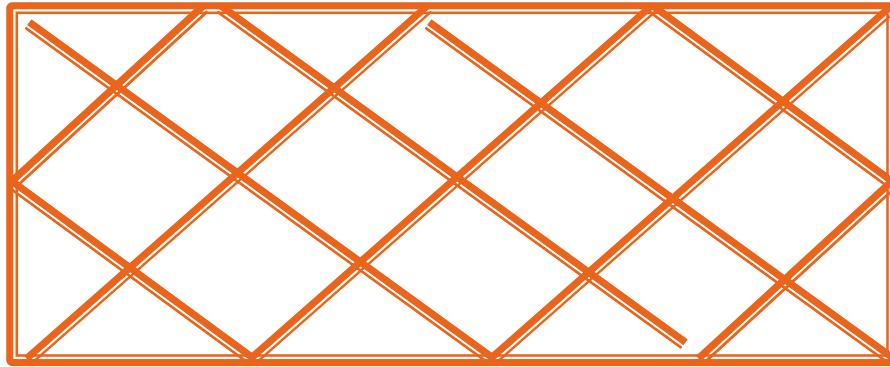
دیگر خرپای ساده جسم صلب است)



خرپای مرکب: با اتصال دو یا چند خرپای ساده به طور مناسب، خرپای مرکب تشکیل می شود.



خرپای بغرنج: خرپایی که نه ساده باشد نه مرکب، را خرپای بغرنج گویند



پایداری خرپاها

خرپاهای ساده از نظر داخلی پایدار هستند (یعنی جسم صلب هستند) لذا برای پایداری آنها باید سه قید مناسب تکیه گاهی تعبیه شوند
خرپاهای مرکب هنگامی پایدار هستند که اجزاء ساده آنها بطور مناسب به هم متصل شده باشند، و کل مجموعه برای قیود مناسب تکیه گاهی قرار گیرد
از آنجا که پایداری خرپاهای بغرنج با استفاده از شیوه های هندسی امکان پذیر نیست، فعلا از پایداری آنها صرف نظر میکنیم.



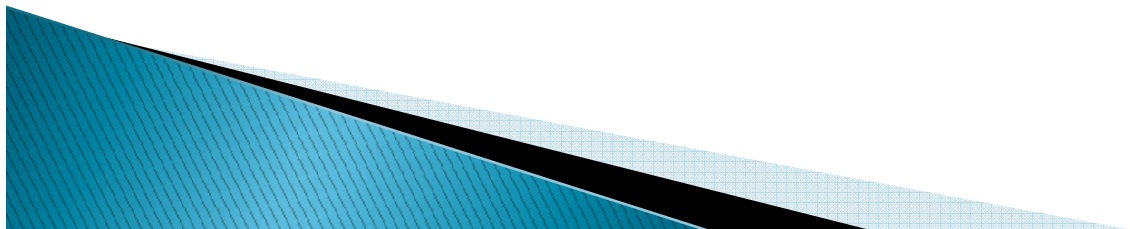
کوچکترین واحد صلب خرپا

انواع خرپا:

خرپاهای ساده: این خرپاها دارای یک هسته مثلثی مرکزی می باشند، که سایر گره های خرپا به آن هسته مرکزی متصل هستند.
نکته: خرپای ساده از نظر داخلی پایدار می باشند. (به عبارت دیگر خرپای ساده جسم صلب است)

خرپای مرکب: از ترکیب دو یا چند خرپای ساده که بطور مناسب (با سه قید تکیه گاهی مناسب بهم وصل شده باشند) خرپای مرکب تشکیل میشود.
برای تحلیل خرپای مرکب: ابتدا اجزاء خرپای ساده شناسایی و سپس از روی قیدهای متصل کننده خرپاهای ساده، جدا میشوند، سپس نیروهای هر قید محاسبه میشود، و خرپاهای ساده به صورت جداگانه تحلیل میشوند.

خرپای بغرنج: از دو روش بار مجهول و هنبرگ قابل تحلیل می باشد.



روش کار مجازی

برای محاسبه نیروهای داخلی سازه های معین

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum f_x = 0 \\ \sum f_y = 0 \text{ or} \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sum f_x = 0 \\ \sum f_y = 0 \text{ or} \\ \sum f_z = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \text{ or} \dots \\ \sum M_z = 0 \end{array} \right.$$

با استفاده از روش کار مجازی، معادلات فوق را به صورت غیر مستقیم برقرار میکنیم.

مفهوم کار مجازی:

در اثر حرکت محل اثر نیرو در راستای نیرو کار انجام می شود. مقدار کار برابر است با مقدار نیرو ضربدر جابه جایی محل اثر نیرو در راستای نیرو

$$W = p d_s$$



در حالت کلی نیرو را به صورت برداری زیر نشان میدهیم.

$$\vec{p} = p_x \vec{i} + p_y \vec{j} + p_z \vec{k}$$

و بردار جابه جایی را به صورت زیر نشان می دهیم



$$\vec{d\delta} = d\delta_x \vec{i} + d\delta_y \vec{j} + d\delta_z \vec{k}$$

با استفاده از مفهوم کار و انرژی داریم:

$$\vec{W} = \vec{p} \cdot \vec{d\delta} = p_x d\delta_x + p_y d\delta_y + p_z d\delta_z$$

در مورد لنگر هم کار به صورت زیر محاسبه می شود.

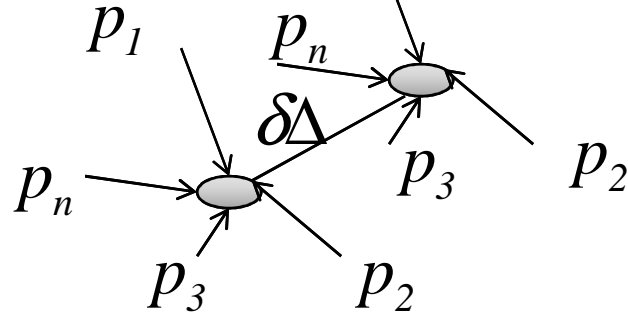
$$\vec{M} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

$$\vec{d\theta} = d\theta_x \vec{i} + d\theta_y \vec{j} + d\theta_z \vec{k}$$

$$\vec{W} = \vec{M} \cdot \vec{d\theta} = M_x d\theta_x + M_y d\theta_y + M_z d\theta_z$$

تعادل یک ذره مادی با استفاده از روش کار مجازی

ذره مادی A را تحت اثر نیروهای متعادل $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ در نظر بگیریم



$$\delta W = \vec{p}_1 \delta\Delta + \vec{p}_2 \delta\Delta + \vec{p}_2 \delta\Delta + \dots + \vec{p}_n \delta\Delta$$

$$\delta W = \left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n \right) \delta\Delta$$

عبارت داخل پرانتز رابطه فوق برآیند نیروهای وارد بر ذره مادی مورد بحث می باشد که به دلیل متعادل بودن نیروها برابر صفر است

$$\delta W = 0 \times \delta\Delta \rightarrow \delta W = 0$$

✓ کار انجام شده توسط نیروهای متعادل وارد بر ذره ی مادی A در اثر جابه جایی مجازی دلخواه $\delta\Delta$ برابر صفر است.

✓ تغییر مکان مجازی دلخواه است

✓ تغییر مکان مجازی را کوچک فرض میکنیم

تعادل اجسام صلب با استفاده از مفهوم کار مجازی

جسم صلب مجموعه ای از بی نهایت ذره مادی است که به فاصله نقاط مختلف آن نسبت به هم ثابت است

اگر یک نقطه از جسم صلب را توسط بردار $\delta\Delta$ جابه جا کنیم سایر نقاط آن هم با همین بردار جابه جا میشوند.

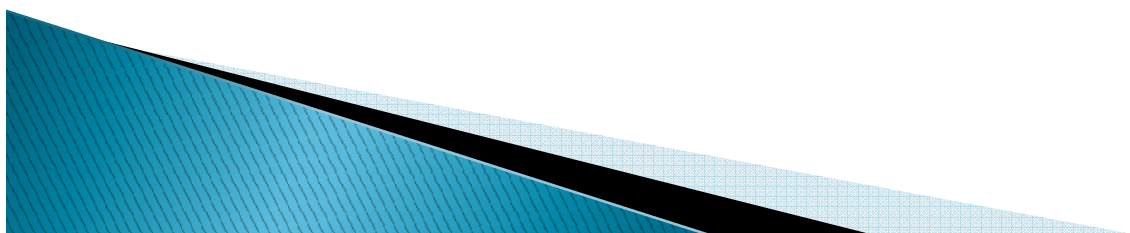
از آنجا که فاصله نسبی نقاط جسم صلب ثابت است در آن هیچگونه کرنشی ایجاد نمی شود لذا تنش های ایجاد شده در آن کادر انجام نمیدهد.

$$\delta W = \delta W_{EXT} + \delta W_{INT}$$

یعنی در اجسام صلب کار مجازی در اثر جابه جایی دلخواه $\vec{\delta\Delta}$ برابر است با کار مجازی نیروهای

$$\delta W = \delta W_{EXT}$$

خارجی



جسم صلب شکل فوق را تحت نیروهای متعادل $P_n, \dots, P_3, P_2, P_1$ در نظر بگیرید در اثر جابه جایی مجازی $\vec{\delta\Delta}$ اعمال شده برای نجسم صلب، کار مجزای انجام دشته به صورت یر محاسبه می شود

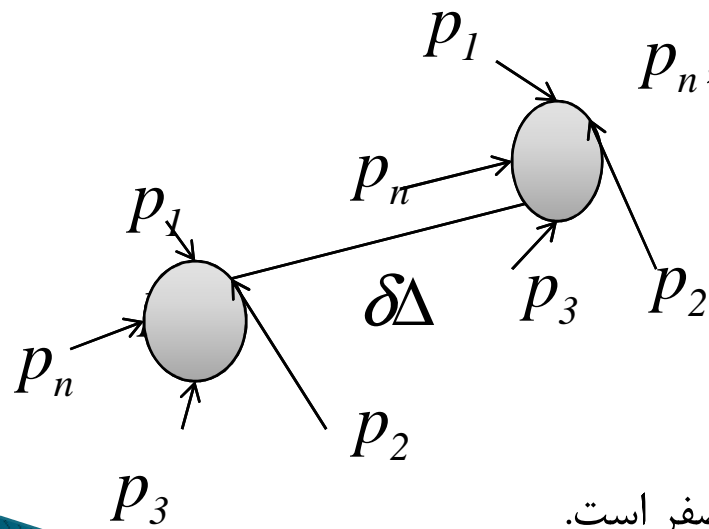
$$\delta W = \delta W_{EXT} \rightarrow$$

$$\delta W = \vec{p}_1 \vec{\delta\Delta} + \vec{p}_2 \vec{\delta\Delta} + \vec{p}_2 \vec{\delta\Delta} + \dots + \vec{p}_n \vec{\delta\Delta} \rightarrow$$

$$\delta W = \left(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n \right) \vec{\delta\Delta}$$

عبارت داخل پرانتز رابطه فوق برآیند نیروهای $P_n, \dots, P_3, P_2, P_1$ می باشد که به دلیل متعادل بودن آنها برابر صفر است بنابراین

$$\delta W = 0 \times \vec{\delta\Delta} \rightarrow \delta W = 0$$



بنابراین کار مجزای نیروهای متعادل وارد بر یک جسم صلب برابر صفر است.

محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی و نیروی داخلی سازه های معین با استفاده از مفهوم کار مجازی

جهت محاسبه یک کمیت نیرویی از نیروی واقعی یک نقطه با (عکس العمل تکیه گاهی) با استفاده از روش کار مجازی باید مراحل زیر را انجام داد.

- (1) قید حرکتی متناظر با آن کمیت را حذف میکنیم (یعنی اگر کمیت مورد نظر نیرو باشد یک غلتک و اگر لنگر باشد یک لولا در محل آن قرار میدهیم).
- (2) اثر قید حذف شده را با اعمال نیروی مجهول در محل آن جبران می کنیم
- (3) در سیستم حاصل از اجرای بندهای فوق، یک درجه آزادی به گونه ای ایجاد میکنیم، که نیروی مجهول موجود بر آن کار مجازی انجام دهد
- (4) با اعمال رابطه کار مجازی نیروی مجهول را محاسبه میکنیم.

خطوط تاثیر سازه های نامعین

در عمل سازه های تحت اثر نیروی متحرک قرار دارند. حرکت باربری سازه نیروهای داخلی نقاط مختلف آن را تغییر میدهد.

جهت طراحی سازه هایی که تحت اثر چنین بارهایی قرار دارند باید بتوانیم مقادیر حداکثر نیروهای داخلی را در مقاطع مختلف سازه محاسبه کنیم. بدین منظور نموداری رسم میکنیم، که محور افقی آن محل بارمتمركز P را نشان میدهد و محور قائم آن مقدار یک کمیت دلخواه را مانند برش یا لنگر مقطع در شکل فوق) نشان دهد اگر مقدار بار متمرکز P را برابر با واحد فرض کنیم. نمودار رسم شد، نمودار حداکثر کمیت مورد نظر نامیده میشود

جهت رسم نمودار خط اقل یک کمیت داخلواه سازه دو روش معرفی میکنیم

روش مستقیم

روش مجازی

روش مستقیم: در این روش بار واحد را روی سازه حرکت میدهیم و با استفاده از معادلات تعادل

کمیت مورد نظر را در هر موقعیت بار واحد محاسبه میکنیم و نمودار خط اثر آن را

رسم میکنیم.