

پروژه درس مهندسی پی

تمارین ۱۷-۱ و ۱۸-۵ کتاب طراحی سازه های بتن آرمه (جلد دوم) تألیف دکتر مستوفی نژاد که به پیوست ارائه شده است را با نرم افزار SAFE طراحی و نتایج را مقایسه نمائید.

در صورت نیاز به اطلاعات بیشتر از فرضیات منطقی استفاده نمائید.

تمرین اول

مثال ۱۷-۱

مثال ۱۷-۱ برای انتقال بار محوری مرده و زنده‌ی بدون ضریب $P_D = 650 \text{ kN}$ و $P_L = 350 \text{ kN}$ به زمین، یک پی منفرد مناسب طراحی کنید. ابعاد ستون $400 \times 400 \text{ mm}$ بوده و در ستون از $8\Phi 16$ استفاده شده است. فرض کنید برای ستون از بتن با $f'_c = 30 \text{ MPa}$ و برای پی از بتن با $f'_c = 25 \text{ MPa}$ استفاده شود؛ و تنش تسلیم میلگردهای مورد استفاده $f_y = 400 \text{ MPa}$ باشد. همچنین فرض کنید عمق یخبندان 1.2 m بوده و تنش مجاز خاک برابر با 200 kN/m^2 (یا 0.2 MPa) باشد.

حل: ابتدا تنش مجاز خالص خاک در زیر پی، $q_{a,net}$ ، محاسبه می‌شود. در یک حدس اولیه می‌توان ضخامت پی را ۱ تا ۲ برابر بعد ستون در نظر گرفت. در حل این مثال اگر $1/5$ برابر بعد ستون را جهت تخمین ضخامت پی به کار ببریم، $h_f = 600 \text{ mm}$ خواهد بود. بنابراین با رعایت عمق یخبندان برای تراز کف پی، ضخامت خاک‌ریزی روی پی نیز $h_s = 600 \text{ mm}$ خواهد بود. با فرض $w_c = 24 \text{ kN/m}^3$ برای وزن مخصوص بتن و $w_s = 17 \text{ kN/m}^3$ برای وزن مخصوص خاک، تنش مجاز خالص خاک در زیر پی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{a,net} = q_a - (w_c \times h_f + w_s \times h_s)$$

$$q_{a,net} = 200 - (24 \times 0.6 + 17 \times 0.6) = 175.4 \text{ kN/m}^2 \cong 0.175 \text{ MPa}$$

جهت تعیین تنش مجاز خالص خاک در زیر پی، همچنین می‌توان با فرض یک وزن

مخصوص میانگین برای بتن و خاک معادل 20 kN/m^3 ، و بدون تفکیک بین ضخامت پی و خاکریزی روی آن عمل نمود. به کارگیری این روش تقریبی‌تر در این مثال به مقدار $q_{a,net} = 176.0 \text{ kN/m}^2$ منجر می‌شود.

از آن جا که فقط بار محوری خالص از ستون منتقل می‌شود، یک پی مربعی مناسب‌ترین گزینه‌ی طراحی محسوب می‌شود. بعد این پی، B ، به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\text{سطح پی} = A_f = B^2 \geq \frac{P_D + P_L}{q_{a,net}}$$

$$B^2 \geq \frac{(650 + 350) \times 10^3}{0.175} = 5.71 \times 10^6 \text{ mm}^2 \rightarrow B \geq 2390 \text{ mm}$$

USE 2400×2400 mm (ابعاد پی)

تنش زیر پی تحت بارهای با ضریب به صورت یک‌نواخت بوده و برابر است با:

$$q_{ult} = \frac{1.2P_D + 1.6P_L}{B^2} \geq \frac{1.4P_D}{B^2}$$

$$q_{ult} = \frac{(1.2 \times 650 + 1.6 \times 350) \times 10^3}{2400 \times 2400} = 0.233 \text{ MPa}$$

• تعیین ضخامت پی

ضخامت پی را بر اساس کنترل برش یک طرفه به فاصله‌ی d از بر ستون، و کنترل برش دو طرفه به فاصله‌ی $d/2$ از بر ستون تعیین می‌کنیم، اگر بعد ستون را با c نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$\text{برش یک طرفه: } V_u = q_{ult} B \left(\frac{B}{2} - \frac{c}{2} - d \right)$$

$$V_u = 0.233 \times 2400 \times \left(\frac{2400}{2} - \frac{400}{2} - d \right) = 559.2(1000 - d)$$

$$\phi V_c = \frac{1}{6} \phi \sqrt{f'_c} B d = \frac{1}{6} \times 0.75 \times \sqrt{25} \times 2400 \times d = 1500d$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow 559.2(1000 - d) = 1500d \quad \therefore d = 272 \text{ mm}$$

$$\text{برش دو طرفه: } V_u = q_{ult} [B^2 - (c + d)^2]$$

$$V_u = 0.233 \times [2400^2 - (400 + d)^2] = 0.233(5.6 \times 10^6 - d^2 - 800d)$$

در برش دو طرفه ϕV_c مقدار حداقل از روابط (۱۷-۱۱) است. چون $\beta = 1.0$ بوده و مقدار α_{sd} / b_0 به ازای $d = 272 \text{ mm}$ که حداقل d ممکن است، بزرگ‌تر از $2/0$ می‌باشد، رابطه‌ی اول در روابط (۱۷-۱۱) مقدار ϕV_c را مشخص می‌کند؛

$$\begin{aligned}\phi V_c &= \frac{1}{3} \phi \sqrt{f'_c} b_0 d = \frac{1}{3} \times 0.75 \times \sqrt{25} \times [2 \times (400 + 400 + 2d)] \times d \\ &= 2.5d (800 + 2d)\end{aligned}$$

$$V_u = \phi V_c \rightarrow d^2 + 417.8d - 249.3 \times 10^3 = 0 \quad \therefore d = 332.4 \text{ mm}$$

بنابراین جهت کنترل هر دوی برش‌های یک طرفه و منگنه‌ای، حداقل عمق مؤثر پی باید برابر با $d = 333 \text{ mm}$ انتخاب شود. در طرح این پی از $h = 450 \text{ mm}$ استفاده می‌شود که عمق مؤثر آن با رعایت 75 mm پوشش بتن، تقریباً $d = 360 \text{ mm}$ خواهد بود.

$$\begin{aligned}333 &= \epsilon_{sd} \Rightarrow \epsilon_{sd} \times h = d \\ 333 &= \epsilon_{sd} \times h \\ \Rightarrow h &= \frac{d}{\epsilon_{sd}} \\ \Rightarrow h &= \frac{360}{0.78} \\ \Rightarrow h &= 461.54 \text{ mm}\end{aligned}$$

$$d = 0.78h$$

• طرح میلگردهای خمشی

مقطع بحرانی خمش در پی واقع در زیر یک ستون بتن آرمه، بر ستون است؛ به طوری که ستون برای پی مانند یک تکیه‌گاه گیردار عمل کرده و پی تحت تنش‌های وارد از طرف خاک، عملکردی مشابه یک تیر کنسولی دارد که از زیر بارگذاری شده باشد. طول آزاد پی که مانند طول تیر کنسولی برآورد می‌شود، برابر است با:

$$x = \frac{B}{2} - \frac{c}{2} = \frac{2400}{2} - \frac{400}{2} = 1000 \text{ mm}$$

$$M_u = (q_{ult} \times B) \frac{x^2}{2} = (0.233 \times 2400) \times \frac{1000^2}{2} = 279.6 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = \frac{400}{0.85 \times 25} = 18.82$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{279.6 \times 10^6}{0.9 \times 2400 \times 360^2} = 1.0 \text{ MPa}$$

$$\rho = \frac{1}{18.82} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 18.82 \times 1.0}{400}} \right\} = 0.00256$$

$$A_s = \rho b d = 0.00256 \times 2400 \times 360 = 2212 \text{ mm}^2$$

$$A_{s, \min} = 0.0018 b h = 0.0018 \times 2400 \times 450 = 1944 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 2212 \text{ mm}^2 > A_{s,\min} \quad \checkmark$$

USE 20Φ12@120 mm, $\ell = 2.25 \text{ m}$ (در هر دو جهت)

چون پی مربعی است، میلگردهای خمشی هر دو جهت به طور مشابه قرار داده می‌شود. در ضمن با رعایت 75 mm پوشش بتن بر روی دو سر میلگرد، طول میلگردهای خمشی برابر با $2400 - 2 \times (75) = 2250 \text{ mm}$ انتخاب می‌شود. بنابراین طول مستقیم میلگرد خمشی از محل مقطع بحرانی خمش (بر ستون) برابر با $1000 - 75 = 925 \text{ mm}$ است. طول مهاری میلگردهای Φ12 با توجه به این که فاصله‌ی آزاد میلگردهای مهار شده در پی کم‌تر از $2d_b$ نبوده و پوشش خالص روی میلگردها نیز کم‌تر از d_b نمی‌باشد (شرایط شکل ۱۱-۹-الف)؛ با استفاده از روابط ساده شده‌ی آیین‌نامه برای میلگرد کوچک‌تر از Φ19 (رابطه‌ی ۱۱-۹-الف)، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\ell_d = \left(\frac{12}{25} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \psi_t \psi_e \lambda \right) d_b = \left(\frac{12}{24} \times \frac{400}{\sqrt{25}} \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0 \right) d_b = 38.4 d_b$$

$$\ell_d = 38.4 \times 12 = 461 \text{ mm} < 925 \text{ mm} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

توجه شود که از جدول ۱۱-۱ نیز برای شرایط متناسب با این مثال، $\ell_d = 38 d_b$ استخراج می‌شود. در این پی چون تأمین طول مهاری میلگردهای کف از محل لنگر خمشی حداکثر به طور مستقیم امکان پذیر است، نیازی به قلاب کردن سر میلگردهای خمشی نمی‌باشد.

• بررسی انتقال نیرو از پای ستون به پی

$$P_u = 1.2P_D + 1.6P_L = 1.2 \times 650 + 1.6 \times 350 = 1340 \text{ kN}$$

$$P_b = 0.85f'_c A_1 \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2 \times 0.85f'_c A_1$$

$$A_2 = [400 + 2 \times (2 \times 450)]^2 = 4.84 \times 10^6 \text{ mm}^2 \quad ; \quad A_2 / A_1 > 2.0$$

$$P_b = 2 \times 0.85 \times 25 \times (400)^2 = 6800 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_u = 1340 \text{ kN} < \phi P_b = 0.65 \times 6800 = 4420 \text{ kN} \quad \checkmark$$

یعنی به فولاد انتظار محاسباتی نیازی نیست. بنابراین سطح مقطع فولادهای انتظار در پی، A_{sd} ، بر اساس حداقل آیین‌نامه‌ای به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$A_{sd} = A_{sd, \min} = 0.005A_g = 0.005 \times (400)^2 = 800 \text{ mm}^2$$

$$\underline{\underline{\text{USE } 8\Phi 12 \equiv 904 \text{ mm}^2}}$$

در این مثال ملاحظه می‌شود که اگر چه ظرفیت فشاری ستون بیش از بار محوری انتقالی بوده است، در ستون به جهت رعایت حداقل یک درصد فولاد، از $8\Phi 16$ استفاده شده است؛ در حالی که در پی مقدار حداقل میلگرد انتظار، نیم درصد سطح پی رعایت شده است.

چون میلگردهای انتظار فقط تحت بار فشاری قرار دارند، مهاری آن‌ها بر اساس طول مهاری فشاری، ℓ_{dc} ، بررسی می‌شود؛

$$\ell_{dc} = \frac{d_b f_y}{4\sqrt{f'_c}} \geq 0.04 d_b f_y$$

$$\ell_{dc} = \frac{400}{4 \times \sqrt{25}} d_b = 20d_b \geq 0.04 \times 400d_b = 16d_b \quad \checkmark$$

$$\ell_{dc} = 20 \times 12 = 240 \text{ mm} \quad (\text{طول مهاری مستقیم در پی})$$

فضای موجود در پی برای تأمین این طول مهاری مستقیم در میلگردهای انتظار، برابر با $450 - (75 + 2 \times 12) = 351 \text{ mm}$ است که کافی می‌باشد. به جهت جای‌گذاری بهتر میلگردهای انتظار در پی، می‌توان از یک خم 90° در سر میلگرد انتظار و بدون رعایت ویژگی‌های خم استاندارد، استفاده نمود.

برای تأمین مهاری میلگردهای انتظار در ستون، باید از ضوابط وصله‌ی پوششی استفاده نمود. چون میلگردهای انتظار قطر متفاوت از میلگردهای ستون دارند، طول پوشش وصله در ستون بر اساس بزرگ‌ترین از دو مقدار طول مهاری فشاری میلگرد با قطر بزرگ‌تر، ℓ_{dc} ، و طول وصله‌ی میلگرد با قطر کوچک‌تر، ℓ_ℓ ، انتخاب می‌شود؛ یعنی:

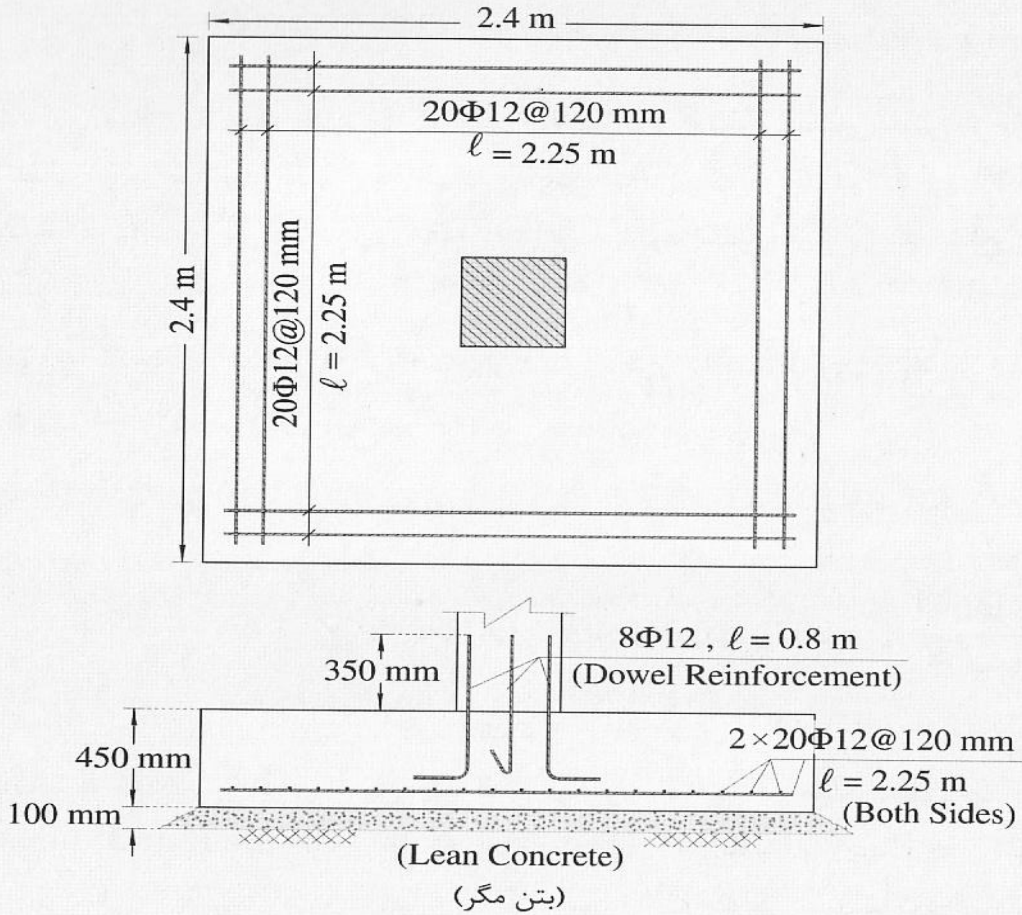
$$\Phi 16: \ell_{dc} = 20d_b = 20 \times 16 = 320 \text{ mm}$$

$$\Phi 12: \ell_\ell = 0.073f_y d_b \geq 300 \text{ mm} \quad (\text{رابطه‌ی ۱۱-۳۳-الف})$$

$$\ell_\ell = 0.073 \times 400 \times 12 = 350 \text{ mm} > 300 \text{ mm} \quad \checkmark$$

بنابراین طول پوشش میلگردهای انتظار در ستون برابر با 350 mm انتخاب می‌شود. بدین ترتیب طول میلگردهای انتظار $\Phi 12$ با احتساب 100 mm برای طول خم، برابر با $350 + 351 + 100 \approx 800 \text{ mm}$ خواهد شد.

طرح نهایی این پی مربعی در شکل ۱۷-۱۹ نشان داده شده است.



شکل ۱۷-۱۹ طرح نهایی پی مربعی مثال ۱۷-۱

تمرین دوم

مثال ۱۷-۵

مثال ۵-۱۷ جهت انتقال بارهای قائم ستون کناری A واقع در حریم قانونی زمین و ستون میانی B به زمین، از یک پی مرکب با پلان مستطیلی استفاده می‌شود (شکل ۵-۱۷). بارهای مرده و زنده‌ی این دو ستون به شرح زیر است:

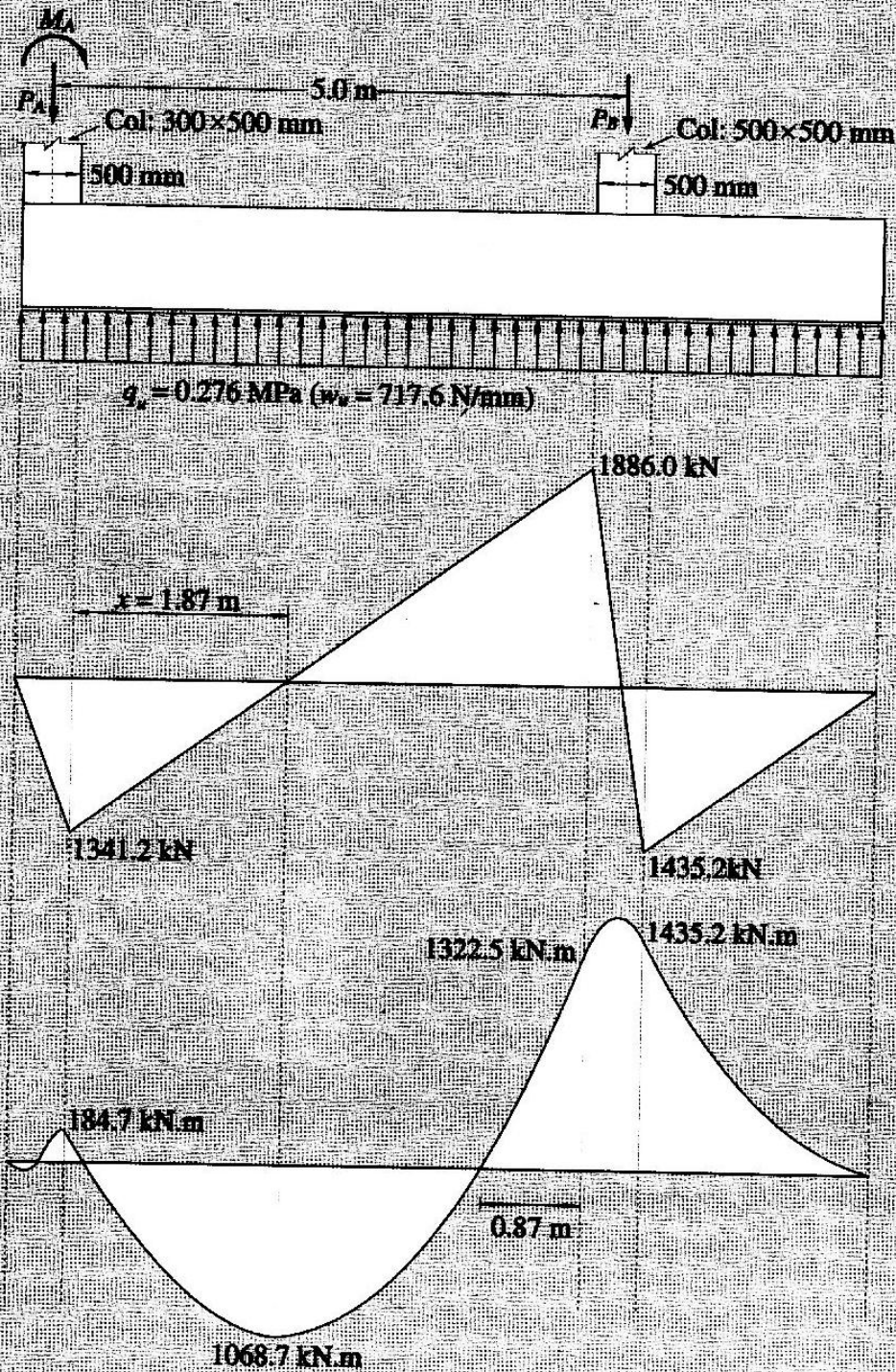
$$\text{ستون A: } P_{AD} = 750 \text{ kN} ; P_{AL} = 500 \text{ kN}$$

$$M_{AD} = 220 \text{ kN.m} ; M_{AL} = 160 \text{ kN.m}$$

$$\text{ستون B: } P_{BD} = 1600 \text{ kN} ; P_{BL} = 1100 \text{ kN}$$

مقطع ستون A برابر با $300 \times 500 \text{ mm}$ (بعد بزرگ ستون در راستای طولی پی قرار دارد)، و مقطع ستون B برابر با $500 \times 500 \text{ mm}$ انتخاب شده است. اگر تنش مجاز

خالص خاک در زیر پی $q_{s,net} = 200 \text{ kPa}$ و $f_c' = 25 \text{ MPa}$ و $f_s' = 400 \text{ MPa}$ فرض شود. ابعاد لازم برای پی و فولاد گذاری آن را تعیین کنید.



شکل ۱۷-۲۴ پی مرکب طراحی شده برای ستون های مثال ۱۷-۵ و نیز نمودارهای تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی در طول پی

حل: در این مثال ملاحظه می‌شود که فاصله‌ی محور ستون کناری A از لبه‌ی پی، $m = 250 \text{ mm}$ است. همچنین فاصله‌ی نقطه اثر بار برآیند R از محور ستون کناری، n ، و نیز ابعاد پی مرکب به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$P_A = 750 + 500 = 1250 \text{ kN} ; M_A = 220 + 160 = 380 \text{ kN.m}$$

$$P_B = 1600 + 1100 = 2700 \text{ kN} ; R = 1250 + 2700 = 3950 \text{ kN.m}$$

$$R \times n = P_B \times 5.0 + M_A \rightarrow n = \frac{2700 \times 5 + 380}{3950} = 3.514 \text{ m}$$

$$\ell = 2(m + n) = 2 \times (250 + 3514) = 7528 \text{ mm} \rightarrow \text{USE } \ell = 7500 \text{ mm}$$

$$b = \frac{R}{q_{a,net} \ell} = \frac{3950 \times 10^3}{0.2 \times 7500} = 2633 \text{ mm} \rightarrow \text{USE } \underline{\underline{7.5 \times 2.6 \text{ m}}}$$
 ابعاد پی مرکب

برای تعیین ضخامت پی و نیز فولاد گذاری خمشی، توزیع تنش تحت بارهای با ضریب محاسبه می‌شود؛

$$P_{uA} = 1.2 \times 750 + 1.6 \times 500 = 1700 \text{ kN}$$

$$M_{uA} = 1.2 \times 220 + 1.6 \times 160 = 520 \text{ kN.m}$$

$$P_{uB} = 1.2 \times 1600 + 1.6 \times 1100 = 3680 \text{ kN}$$

با انتقال بارهای با ضریب و لنگرهای با ضریب به مرکز سطح پی مستطیلی طراحی شده، بار برآیند و لنگر برآیند به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$R_u = P_{uA} + P_{uB} = 1700 + 3680 = 5380 \text{ kN}$$

$$M_u = -1700 \times \left(\frac{7.5}{2} - \frac{0.5}{2} \right) + 520 + 3680 \times \left(\frac{7.5}{2} - 2.25 \right) = 90 \text{ kN.m}$$

$$e = M_u / R_u = 90 / 5380 = 0.017 \text{ m}$$

چون خروج از مرکزیت بارهای با ضریب نسبت به مرکز سطح پی مرکب بسیار کوچک است، بنابراین اثر لنگر ناچیز بوده و پی مورد بحث تحت بارهای با ضریب هم از توزیع تنش یک‌نواخت خاک برخوردار است؛ یعنی:

$$q_{ult} = \frac{R_u}{L \times B} = \frac{5380 \times 10^3}{7500 \times 2600} = 0.276 \text{ MPa}$$

$$w_u = 0.276 \times 2600 = 717.6 \text{ N/mm}$$

$$B \text{ برش سمت راست ستون} = V_{BR} = 717.6 \times 2000 = 1435.2 \times 10^3 \text{ N}$$

$$B \text{ برش سمت چپ ستون} = V_{BL} = 717.6 \times 2500 - (3680 \times 10^3) = -1886 \times 10^3 \text{ N}$$

$$A \text{ برش سمت راست ستون} = V_{AR} = 1700 \times 10^3 - 717.6 \times 500 = 1341.2 \times 10^3 \text{ N}$$

$$B \text{ لنگر خمشی سمت راست ستون} = M_{BR} = 717.6 \times (2000)^2 / 2 \\ = 1435.2 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$B \text{ لنگر خمشی سمت چپ ستون} = M_{BL} = 717.6 \times (2500)^2 / 2 - 3680 \times 10^3 \times 250 \\ = 1322.5 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$A \text{ لنگر خمشی سمت راست ستون} = M_{AR} = 717.6 \times (500)^2 / 2 - 1700 \times 10^3 \\ \times 250 + 520 \times 10^6 = 184.7 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$A \text{ فاصله‌ی محل برش صفر از ستون} = x = \frac{1341.2}{1886} (4.5 - x) \rightarrow x = 1.870 \text{ m}$$

$$A \text{ لنگر حداکثر در فاصله‌ی} x \text{ از ستون} = M_{\max} = 717.6 \times (500 + 1870)^2 / 2 \\ - 1700 \times 10^3 \times (1870 + 250) + 520 \times 10^6 \\ = -1068.7 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

توجه شود که اگر در محاسبه‌ی لنگر خمشی به فاصله‌ی x از ستون A ، نمودار جسم آزاد سمت راست مقطع را در پی مورد مطالعه قرار داده و معادله‌ی تعادل لنگر را بنویسیم، مقدار لنگر خمشی مقطع برابر با 1156 kN.m محاسبه می‌شود که با مقدار محاسبه شده به صورت فوق، 87.3 kN.m تفاوت دارد. این مقدار تفاوت در حقیقت اثرات لنگر برآیند $M_u = 90 \text{ kN.m}$ است که در مرکز سطح پی وارد می‌شود و تأثیرات جزئی آن در توزیع تنش خاک در زیر پی، منظور نگردیده است.

بیشترین برش یک طرفه‌ی طراحی به فاصله‌ی d از وجه سمت چپ ستون B به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_u = 1886 \times 10^3 - 717.6 d$$

$$\phi V_c = 0.75 \times \frac{1}{6} \times \sqrt{25} \times 2600 d = 1625 d$$

$$V_u = \phi V_c \quad \therefore \quad d = 805 \text{ mm} \rightarrow \underline{\underline{\text{USE } h = 900 \text{ mm}}} ; d = 810 \text{ mm}$$

لازم است کافی بودن ضخامت پی بر اساس برش دو طرفه به صورت زیر کنترل شود؛

$$B \text{ برش دو طرفه پیرامون ستون } V_u = P_{uB} - q_{ult} (c_1 + d) (c_2 + d)$$

$$V_u = 3680 \times 10^3 - 0.276 \times (500 + 810)^2 = 3206.4 \times 10^3 \text{ N}$$

$$V_c = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{مقدار حداقل از روابط ۱۷-۱۱})$$

$$b_0 = 2(c_1 + c_2 + 2d) = 2 \times (500 + 500 + 2 \times 810) = 5240 \text{ mm}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times \frac{1}{3} \times \sqrt{25} \times 5240 \times 810 = 5305.5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$V_u = 3206.4 \text{ kN} < \phi V_c = 5306 \text{ kN} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

$$A \text{ برش دو طرفه پیرامون ستون } V_u = P_{uA} - q_{ult} \left(c_1 + \frac{d}{2} \right) (c_2 + d)$$

$$V_u = 1700 \times 10^3 - 0.276 \times \left(500 + \frac{810}{2} \right) (300 + 810) = 1422.7 \times 10^3 \text{ N}$$

$$b_1 = c_1 + \frac{d}{2} = 500 + \frac{810}{2} = 905 \text{ mm}, \quad b_2 = c_2 + d = 300 + 810 = 1110 \text{ mm}$$

$$\gamma_f \text{ (رابطه ۱۴-۴۶)}: \gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{b_1/b_2}} = \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{905/1110}} = 0.65$$

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f = 1 - 0.65 = 0.35$$

$$V_{u,\max} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c}{J_c} \quad (\text{رابطه ۱۴-۴۸ الف})$$

$$(جدول ۱۴-۱) \quad A_c = (2b_1 + b_2) d,$$

$$\frac{J_c}{c} = \frac{1}{6b_1} \left[2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2) \right]$$

$$A_c = (2 \times 905 + 1110) \times 810 = 236.52 \times 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{J_c}{c} = \frac{1}{6 \times 905} \times \left[2 \times (905)^2 \times 810 \times (905 + 2 \times 1110) \right.$$

$$\left. + (810)^3 \times (2 \times 905 + 1110) \right] = 1049.38 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$v_{u,\max} = \frac{1422.7 \times 10^3}{236.52 \times 10^4} + \frac{0.35 \times (520 \times 10^6)}{1049.38 \times 10^6} = 0.602 + 0.173 = 0.775 \text{ MPa}$$

$$\phi v_c = \frac{\phi V_c}{b_0 d} = \frac{1}{3} \phi \sqrt{f'_c} \quad (V_c \text{ مقدار حداقل از روابط ۱۷-۱۱ در نظر گرفته می شود})$$

$$\phi v_c = \frac{1}{3} \times 0.75 \times \sqrt{25} = 1.25 \text{ MPa}$$

$$v_{u,\max} = 0.775 \text{ MPa} < \phi v_c = 1.25 \text{ MPa} \quad \underline{\text{O.K.}}$$

توجه شود که در پی اگر برش دو طرفه در اطراف ستون کنترل نشود، می توان ضخامت پی را افزایش داد؛ و یا از خاموت های قائم دور ستون و یا کلاهیک برشی در اطراف ستون، و بر اساس ضوابطی که در فصل ۱۴ در مورد برش دو طرفه در دال ها بیان شد، استفاده نمود.

لازم به ذکر است که در ستون های کناری واقع بر پی مرکب، به دلیل آن که محیط برش دو طرفه فقط از سه ضلع تشکیل شده و نسبت به محور ستون متقارن نیست، مرکز سطح برش منگنه ای نسبت به مرکز ستون، خروج از مرکزیت داشته و این امر خود سبب انتقال لنگر نامتعادل می شود. به عنوان نمونه در این مثال، فاصله ی محور مرکزی سطح بحرانی برش منگنه ای تا $d/2$ پس از وجه ستون، c ، بر اساس رابطه ی (۱۴-۵۱) به صورت زیر تعیین می شود (به شکل ۱۴-۳۵-ب توجه شود):

$$c = \frac{b_1^2}{2b_1 + b_2} = \frac{(905)^2}{2 \times 905 + 1110} = 280.5 \text{ mm}$$

$e_1 =$ خروج از مرکزیت بار محوری ستون A از محور سطح برش

$$e_1 = (b_1 - \frac{c_1}{2}) - c = (905 - \frac{500}{2}) - 280.5 = 374.5 \text{ mm}$$

$e_2 =$ خروج از مرکزیت نقطه اثر نیروی خاک بر سطح پی

در محدوده ی برش دو طرفه از محور سطح برش

$$e_2 = \frac{b_1}{2} - c = \frac{905}{2} - 280.5 = 172 \text{ mm}$$

$$M_u = P_{uA} \times e_1 - (q_{ult} \times b_1 \times b_2) \times e_2$$

$$M_u = 1700 \times 10^3 \times 374.5 - (0.276 \times 905 \times 1110) \times 172 = 589.0 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

لنگر محاسبه شده به صورت فوق در این مثال، با لنگر خمشی ستون A تحت بار قائم به میزان $M_u = 520 \text{ kN.m}$ ، هم جهت نبوده و اثر آن را خنثی می‌کند؛ به همین دلیل در جهت اطمینان می‌توان از وجود آن صرف‌نظر کرد. بدیهی است که در صورت عدم وجود لنگر خمشی در پای ستون، و یا هم جهت بودن این لنگر با لنگر پای ستون، حتماً باید اثر آن را منظور نمود. به عنوان نمونه اگر در این مثال لنگر خمشی $M_u = 520 \text{ kN.m}$ در پای ستون A وجود نداشت، لنگر $M_u = 589 \text{ kN.m}$ بیش‌ترین تنش برشی را روی سطح برش منگنه‌ای و در نقاط انتهایی مجاور لبه‌ی پی، به فاصله‌ی c' از محور سطح برش منگنه‌ای ایجاد می‌نمود که مقدار آن به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$c' = b - c = 905 - 280.5 = 624.5 \text{ mm}$$

$$V_{u,\max} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c'}{J_c} = \frac{1422.7 \times 10^3}{236.52 \times 10^4} + \frac{0.46 \times (589 \times 10^6) \times 624.5}{(1049.38 \times 10^6) \times 280.5}$$

$$V_{u,\max} = 0.602 + 0.575 = 1.18 \text{ MPa} < \phi v_c = 1.25 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

• طراحی میلگردهای خمشی

۱- در جهت طولی پی

$$M_{\max}^- = M_u = 1435.2 \text{ kN.m}$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{1435.2 \times 10^6}{0.9 \times 2600 \times 810^2} = 0.935 \quad ; \quad m = \frac{f_y}{0.85 f_c'} = 18.82$$

$$\rho = \frac{1}{18.82} \times \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 18.82 \times 0.935}{400}} \right\} = 0.0024$$

$$A_s = 0.0024 \times 2600 \times 810 = 5054 \text{ mm}^2$$

→ USE 26Φ16@100 mm , BOT

$$M_{\max}^+ = 1068.7 \text{ kN.m} \quad ; \quad R_n = 0.7 \quad \therefore \rho = 0.00178$$

$$A_s = A_{s,\min} = 0.0018 \times 2600 \times 900 = 4212 \text{ mm}^2$$

→ USE 21Φ16@125 mm , TOP

توجه شود که در پی‌ها چون بار وارد از طرف خاک از پایین به بالا وارد می‌شود، بر خلاف آنچه در تیرها مشاهده می‌شود، میلگردهای بالا میلگرد مثبت، و میلگردهای پائین پی، میلگرد منفی تلقی می‌شوند. میلگردهای مثبت بالا را در سراسر فاصله‌ی بین دو ستون ادامه می‌دهیم. میلگردهای منفی پایین باید از محل نقطه‌ی عطف، به اندازه‌ی $\max\{d, 12d_b, \ell_n/16\}$ ادامه یابند؛

$$\ell_d = \left(\frac{12}{25} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \psi_t \psi_e \lambda \right) d_b = 38.4 d_b = 38.4 \times 16 = 614 \text{ mm}$$

$$\max\{d, 12 d_b, \ell_n/16\} = \max\{810, 12 \times 16, 4500/16\} = 810 \text{ mm}$$

$$B \text{ محل قطع میلگردهای پایین از سمت چپ ستون} = 870 + 810 \approx 1700 \text{ mm}$$

از نمودار لنگر خمشی در شکل ۱۷-۲۴، ملاحظه می‌شود که در محل ستون A نیز لنگر منفی به مقدار کم وجود دارد. بنابراین در زیر ستون A نیز از فولاد افت و حرارت به عنوان حداقل فولاد خمشی در پایین دال و به مقدار $21\Phi 16@125 \text{ mm}$ استفاده می‌شود. این میلگردها نیز حدود 800 mm از وجه ستون A ادامه داده می‌شوند.

۲- در جهت عرضی پی

در جهت عرضی فرض می‌شود که بار ستون در عرض نواری معادل عرض ستون به علاوه‌ی عمق مؤثر پی در هر جهت منتقل می‌شود. بدین ترتیب میلگردهای عرضی پی در محدوده‌ی ستون‌های A و B به صورت زیر طراحی می‌گردد؛ در حالی که در سایر قسمت‌ها از حداقل فولاد افت و حرارت به عنوان فولاد عرضی استفاده می‌شود.

$$A \text{ عرض نوار در محدوده‌ی ستون} = \ell' = 500 + 810 = 1310 \text{ mm}$$

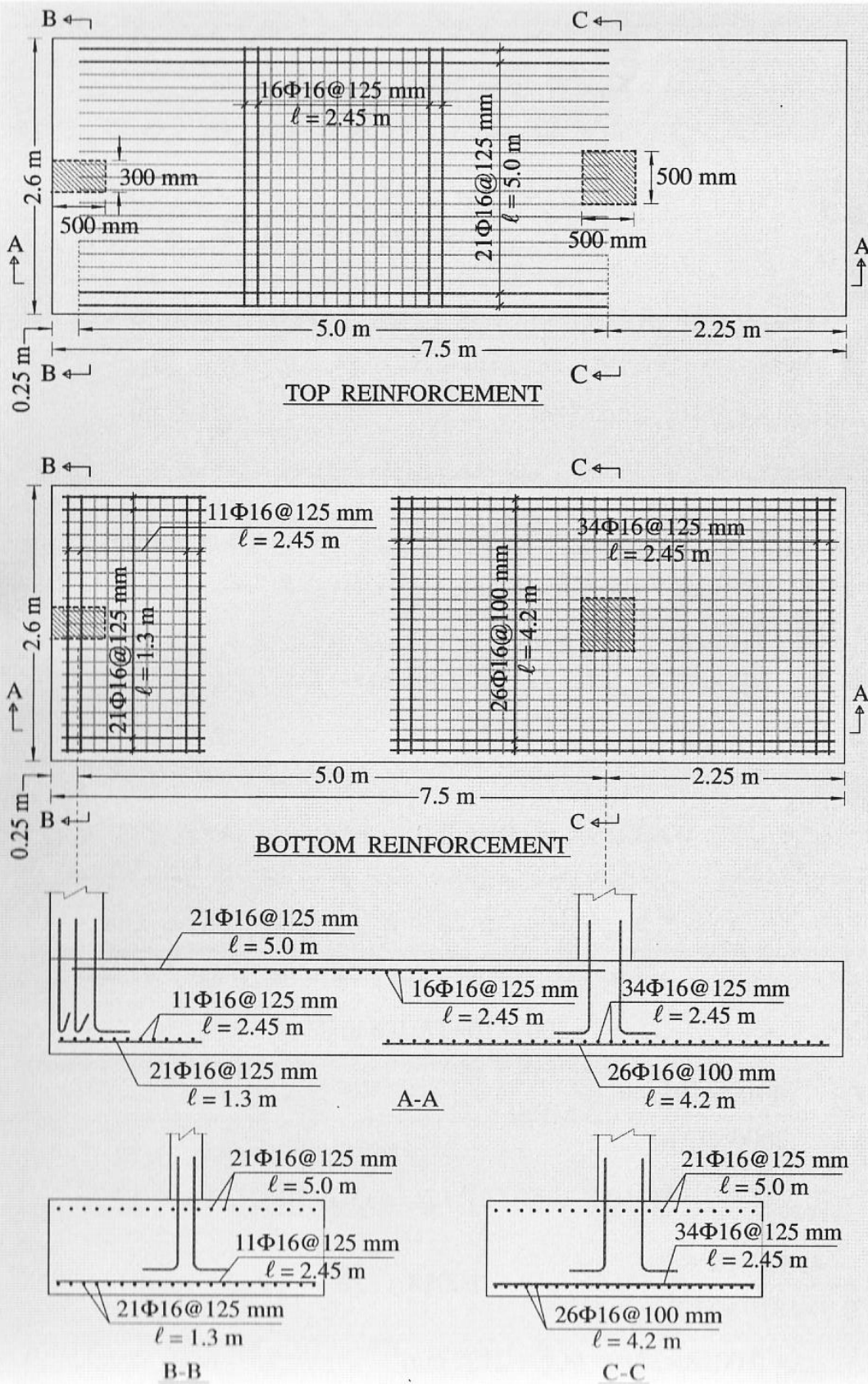
$$q_u = \frac{P_{uA}}{b \ell'} = \frac{1700 \times 10^3}{2600 \times 1310} = 0.5 \text{ MPa}$$

$$M_{\max} = (0.5 \times 1310) \times [(2600 - 300) / 2]^2 / 2 = 433.1 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$R_n = \frac{433.1 \times 10^6}{0.9 \times 1310 \times 810^2} = 0.56 \rightarrow \rho = 0.0014$$

$$A_s = A_{s,\min} = 0.0018 \times 1310 \times 900 = 2122 \text{ mm}^2$$

∴ USE 11Φ16@125 mm



شکل ۱۷-۲۵ طرح نهایی پی مرکب مثال ۱۷-۵ و جزئیات فولاد گذاری آن

$$B \text{ عرض نوار در محدوده‌ی ستون } = \ell' = 500 + 2 \times 810 = 2120 \text{ mm}$$

$$q_u = \frac{3680 \times 10^3}{2600 \times 2120} = 0.67 \text{ MPa}$$

$$M_{\max} = (0.67 \times 2120) \times [(2600 - 500) / 2]^2 / 2 = 783.0 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$R_n = 0.626 \rightarrow \rho = 0.0016, \quad A_s = A_{s,\min} \quad \therefore \underline{\text{USE } 17\Phi 16 @ 125 \text{ mm}}$$

● انتقال نیروی محوری از ستون پی

$$B \text{ در پای ستون } : \phi P_b = 0.65 \times 0.85 \times 25 \times (500)^2 = 3453.1 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_{uB} = 3680 \text{ kN} > 3453.1 \text{ kN} \rightarrow \text{به فولاد انتظار محاسباتی نیاز است}$$

$$A_{sd} = \frac{P_u - \phi P_b}{\phi f_y} = \frac{(3680 - 3453.1) \times 10^3}{0.65 \times 400} = 873 \text{ mm}^2$$

$$A_{sd,\min} = 0.005 A_g = 0.005 \times (500)^2$$

$$= 1250 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{USE } 6\Phi 16$$

در پای ستون B چون لنگر خمشی قابل توجه $M_u = 520 \text{ kN.m}$ همراه با بار محوری $P_u = 1700 \text{ kN}$ از ستون منتقل می‌شود، کنترل مقاومت اتکایی کافی نبوده و باید میلگردهای خمشی لازم برای ستون طراحی شود. آن‌گاه میلگردهای خمشی ستون به صورت میلگرد انتظار، در پی تعبیه می‌شود.

جزئیات فولاد گذاری پی مرکب طراحی شده، در شکل ۱۷-۲۵ نشان داده شده است.